Dynamik

Kräfte und Bewegung: verstehen, zeichnen, rechnen





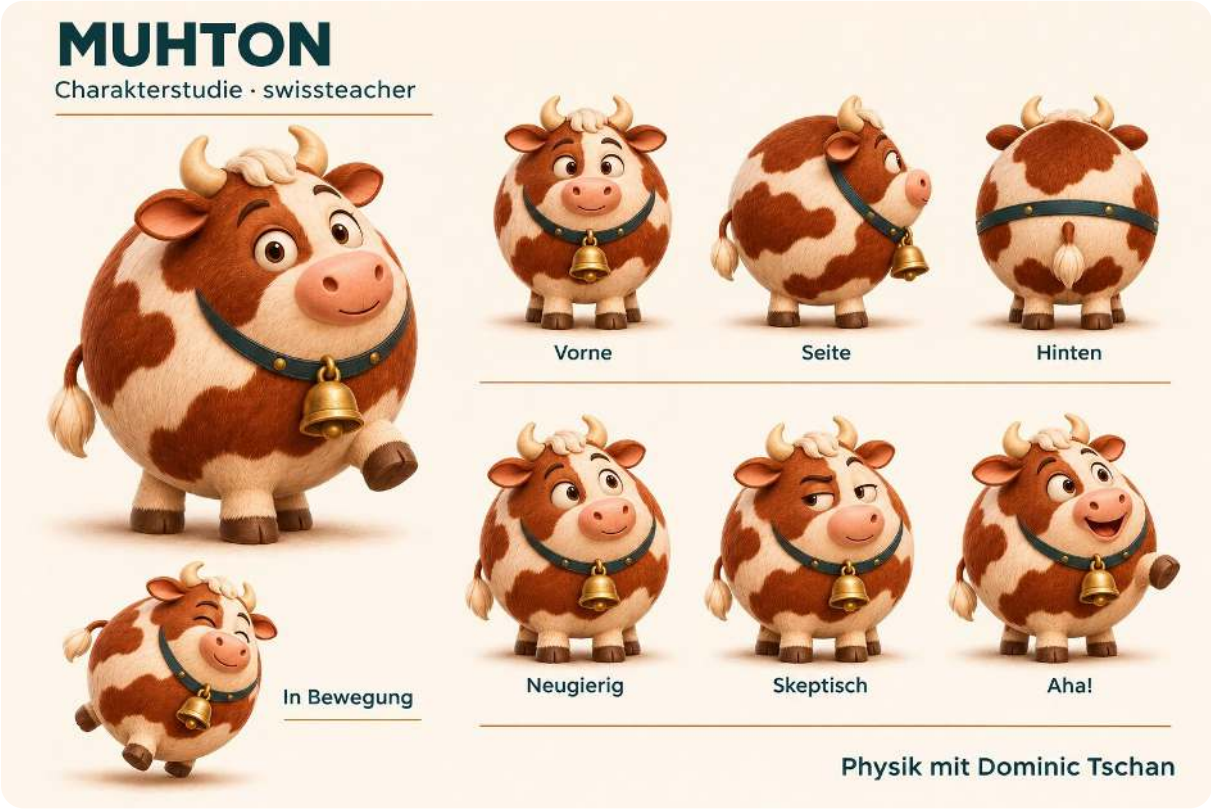
Warum bewegt sich der Baum nicht?

> *«Jeder Körper beharrt in seinem Zustand der Ruhe oder der gleichförmigen geradlinigen Bewegung, wenn er nicht durch einwirkende Kräfte gezwungen wird, seinen Zustand zu ändern.»*
>
> ISAAC NEWTON · PRINCIPIA, 1687 · ERSTES GESETZ

MUHTON

Wer dich durch dieses Heft begleitet

Ein Bauer bittet einen Physiker, die Milchleistung seiner Kühe zu verbessern. Nach einer Woche kommt der Physiker zurück und beginnt: «Nehmen wir an, die Kuh sei eine Kugel …» Über diesen Witz lachen Physiker über sich selbst, denn genau so arbeitet Physik: weglassen, was nicht zählt, und dann rechnen.





Muhton

Benannt nach Isaac Newton. 600 kg wie ein echtes Rind, als Kugel gut einen Meter dick. Er probiert aus und liegt auch einmal daneben. Wo sein Kopf steht, fragt er: Erst überlegen, dann weiterlesen. Unter «Muhton weiss mehr» erzählt er, was über den Stoff hinausgeht, unter «Muhtons Kniff» verrät er eine Schlauheit zum Lösen.



Und ich bin Dominic.

Wo mein Kopf steht, sage ich selbst etwas: beim Verstehen, bei typischen Fehlern und bei Prüfungstipps.

Muhton probiert aus. Ich helfe beim Verstehen.

LEHRMITTEL DYNAMIK

So lernst du mit diesem Heft

Physik lernt man nicht durch Lesen allein, sondern durch Rechnen und Erklären. Dieses Heft ist zum Selbststudium gebaut, und jedes Kapitel führt dich durch dieselben sechs Stationen. Wenn du die Kinematik schon hinter dir hast, ist alles da, was du brauchst.

1. **Leitfrage**
   Lies die Frage am Anfang und überlege zuerst selbst. Dort steht auch, was du nach dem Kapitel kannst.
2. **Verstehen**
   Arbeite die Abschnitte der Reihe nach durch. Die QR-Codes führen zu meinen Videos, meist an die genaue Stelle.
3. **Rezept**
   Das Vorgehen für die wichtigsten Aufgaben, in vier Schritten. Die Rezepte sind durchnummeriert; im Anhang B stehen alle auf einer Seite.
4. **Vorgerechnet**
   Das Rezept an einem ganzen Beispiel, Schritt für Schritt.
5. **Kannst du es?**
   Vier Fragen und ein Kurzquiz, oft mit dem Wichtigsten auf einen Blick davor. Die Lösungen stehen im Anhang C.
6. **Üben**
   Aufgaben mit Hilfe und Kontrolle, der ganze Rechenweg im Anhang C.

> **Klemmt eine Aufgabe?** Geh nicht gleich zur Lösung, sondern zurück zum passenden Rezept (Station 3). Wer die Rezepte kann, zerlegt fast jede Aufgabe in bekannte Schritte.

DER WICHTIGSTE RAT VORWEG

Zeichne alle Kräfte ein, die auf den Körper wirken. Erst danach wird gerechnet.

Fast jede Aufgabe dieses Hefts beginnt mit derselben Handbewegung. Und beim Rechnen zählt dann nur eine einzige Grösse, die **resultierende** Kraft. Sie allein entscheidet, ob und wie sich die Bewegung ändert. Wer diesen Satz ernst nimmt, löst die meisten Aufgaben, ohne eine Formel auswendig zu wissen.

LEHRMITTEL DYNAMIK

Woran du erkennst, was kommt

Das Heft hat nur wenige Arten von Stellen. So sehen sie aus:

 ***Muhton stellt eine Frage. Erst überlegen, dann weiterlesen.***

 **Zum Verstehen Wo mein Kopf steht, spreche ich selbst**

An der Stelle, an der erfahrungsgemäss alle hängen, und beim Fehler, der an der Prüfung Punkte kostet. Steht kein Kopf da, spricht die Physik für sich.

MERKE

Das Wichtigste, zum Lernen für die Prüfung.

Nur Merke und Rezept stehen auf einer Fläche, und nie über einen Seitenumbruch.

REZEPT 1 **Die resultierende Kraft zweier Kräfte**

Wie gross ist die eine Kraft, die dasselbe bewirkt wie zwei Kräfte zusammen?

1. Vier kurze Schritte, immer in derselben Reihenfolge.

Zeichen: Formelzeichen, Einheiten, Faustregeln und kurze Warnungen stehen fett im Text, mit einem Wort davor, genau dort, wo du sie brauchst.

Vorgerechnet Ein Beispiel Schritt für Schritt

Rechts neben jedem Schritt steht, warum er so geht.

A 1.1 Eine Aufgabe Rechenweg S. 99

Erst selbst versuchen.

HILFE Sie verrät den ersten Schritt, nicht die Lösung.

KONTROLLE Das Ergebnis steht gleich darunter, der ganze Rechenweg im Anhang C.



Video Die QR-Codes führen zu meinen Videos, meist an die genaue Stelle. Das Heft ist auch ohne sie vollständig. Alle Videos: youtube.com, Playlist Dynamik

INHALT

Acht Fragen, eine Kraft

1 Kräfte als Pfeile 8

Zwei schräge Seile halten den Heuballen. Trägt jedes Seil die Hälfte?

1.1 Was eine Kraft bewirkt 9
1.2 Der Kraftpfeil 9
1.3 Kräfte addieren: Spitze an Fuss 10
1.4 Die drei Sonderfälle 11
1.5 Das Kräfteparallelogramm 12
R1 Rezept: Die resultierende Kraft zweier Kräfte 13
1.6 Zerlegen, der umgekehrte Weg 14

2 Gewichtskraft, Normalkraft, Federkraft 19

Muhton steht auf der Waage. Was misst die Waage eigentlich?

2.1 Die Gewichtskraft 20
2.2 Die Normalkraft 21
2.3 Die Federkraft 22
R2 Rezept: Federkonstante und Dehnung 24
2.4 Federn hintereinander 25
2.5 Das Rezept zum Einzeichnen 25
R3 Rezept: Kräfte einzeichnen 26

3 Reibung 30

Muhton stösst, die Kiste bleibt stehen. Wer hält dagegen?

3.1 Woher die Reibung kommt 31
3.2 Haftreibung: so gross wie nötig 31
3.3 Gleitreibung und Rollreibung 32
3.4 Das Abriss-Diagramm 34
3.5 Wo das Modell aufhört 35
R4 Rezept: Haften oder Gleiten 35

4 Was ist die Ursache von Bewegung? 40

Niemand schiebt Muhton. Warum gleitet er trotzdem weiter?

4.1 Fünf Stationen in zweitausend Jahren 41
4.2 Der Ochsenkarren, physikalisch gelesen 43
4.3 Zwei Gedankenexperimente 44
4.4 Die Antwort: das 1. Gesetz von Newton 45
R5 Rezept: Kräfte bei konstanter Geschwindigkeit 46

5 Das 2. Gesetz von Newton 51

Gleich fest gestossen: Welcher Wagen kommt schneller in Fahrt?

5.1 Zwei Beobachtungen 52
5.2 Die Formel 52
5.3 Das Rezept in vier Schritten 53
R6 Rezept: Von der Kraft zur Bewegung 54
5.4 Warum alle Körper gleich schnell fallen 56
5.5 Das Trägheitsgesetz als Spezialfall 56
5.6 Die Waage im Lift 56

R7 **Rezept: Die Waage im Lift** 57

6 Schräge Kräfte 62

Muhton zieht schräg nach oben. Warum geht das leichter als waagrecht?

6.1 Werkzeug: Sinus und Cosinus 63
6.2 Eine Kraft in zwei Teile zerlegen 63
R8 **Rezept: Eine schräge Kraft zerlegen** 64
6.3 Was die senkrechte Komponente bewirkt 65
6.4 Ziehen und Schieben 67
6.5 Reibung unter schrägem Zug 67
6.6 Zwei Körper an einer Kupplung 68
R9 **Rezept: Aufgaben mit schräger Kraft** 69

7 Luftwiderstand und Grenzgeschwindigkeit 73

Am Fallschirm sinkt Muhton gemächlich. Warum wird er nicht immer schneller?

7.1 Zwei Beobachtungen 74
7.2 Die vier Phasen des Falls 74
7.3 Die Formel und ihre vier Zutaten 75
7.4 Die Geschwindigkeit geht quadratisch ein 76
7.5 Die Grenzgeschwindigkeit, hergeleitet 76
7.6 Das *v*-*t*-Diagramm 78
R10 **Rezept: Die Grenzgeschwindigkeit** 78

8 Das 3. Gesetz von Newton 82

Muhton stösst gegen den Steg. Warum fährt dann das Boot weg?

8.1 Kräfte treten immer paarweise auf 83
8.2 Drei Merkmale, und nur eines davon zählt 83
8.3 Warum sich trotzdem etwas bewegt 84
8.4 Vier Alltagsfälle, immer dasselbe Muster 84
8.5 Zwei Fallen 85
R11 **Rezept: Kraft und Gegenkraft finden** 87

Anhang

A Sinus, Cosinus und Tangens 91

B Formelsammlung und Prüfungs-Checkliste 95

C Ausführliche Lösungen 99

Die Farben in den Abbildungen

- **Kraft**: alle Kräfte sind rot, auch die Gegenkraft. Es gibt nicht zwei Sorten Kräfte.
- **Resultierende Kraft**: der dickere rote Pfeil. Sie ist das Ergebnis, nicht eine Kraft mehr.
- **Geschwindigkeit**: grün.
- **Beschleunigung**: orange.

VOR DEM START

Bist du bereit?

Dieses Heft baut auf der Kinematik auf und braucht etwas Mathematik. Rechne die sieben Aufgaben ohne nachzuschauen. Stimmen sechs oder mehr, kann es losgehen. Sonst lohnt es sich, die Lücken zuerst zu schliessen.

1. Rechne $72\,\mathrm{km/h}$ in $\mathrm{m/s}$ um.
2. Ein Wagen wird aus der Ruhe in $4\,\mathrm{s}$ gleichmässig $10\,\mathrm{m/s}$ schnell. Wie gross ist seine Beschleunigung?
3. Ein Körper beschleunigt aus der Ruhe $3\,\mathrm{s}$ lang mit $2\,\mathrm{m/s^2}$. Wie weit kommt er?
4. Schreibe $450\,\mathrm{g}$ in Kilogramm und $12\,\mathrm{cm}$ in Metern.
5. Ein rechtwinkliges Dreieck hat die Katheten 6 und 8. Wie lang ist die Hypotenuse?
6. Stelle $F = D \cdot y$ nach y um.
7. Löse nach v auf: $v^2 = 144$, mit $v > 0$.

LÖSUNGEN

1 $20\,\mathrm{m/s}$ · **2** $2{,}5\,\mathrm{m/s^2}$ · **3** $9\,\mathrm{m}$ · **4** $0{,}45\,\mathrm{kg}$ und $0{,}12\,\mathrm{m}$ · **5** 10 · **6** $y = F/D$ · **7** $v = 12$

KAPITEL 1

1 Kräfte als Pfeile

Warum eine Zahl nicht reicht, und wie man aus vielen Kräften eine macht.





Zwei schräge Seile halten den Heuballen. Trägt jedes Seil die Hälfte?

Muhton: «Zwei Seile, also je die Hälfte. Oder?»

NACH DIESEM KAPITEL KANNST DU

- ✓ eine Kraft als Pfeil zeichnen, mit Betrag, Richtung und Angriffspunkt,
- ✓ mehrere Kräfte Spitze an Fuss zur resultierenden Kraft zusammensetzen,
- ✓ die drei Sonderfälle rechnen: gleiche Richtung, entgegengesetzt, senkrecht,
- ✓ zwei Kräfte im Kräfteparallelogramm zusammensetzen und eine Kraft wieder zerlegen.

Video Kräfte grafisch addieren, Folge 1, siebeneinhalb Minuten. youtu.be/kmprJzYPgjs

Paris, 1900. Tauziehen ist olympisch, und es bleibt es bis 1920. Zwei Mannschaften ziehen am selben Seil, jede mit mehreren tausend Newton, und oft bewegt sich das Seil minutenlang kaum. Zwei riesige Kräfte, und zusammen ergeben sie fast nichts. Mit Zahlen allein geht diese Rechnung nicht auf: Es zählt auch, *in welche Richtung* eine Kraft zieht.

Dazu kommt eine zweite Frage. Du schiebst einen Einkaufswagen an und lässt wieder los. Er rollt noch ein Stück weiter und bleibt dann stehen. Wer schiebt ihn auf diesem letzten Stück? Niemand. Was hält eine Bewegung eigentlich aufrecht? Das ist die grosse Frage dieses Hefts, und die Menschheit hat rund zweitausend Jahre gebraucht, um sie richtig zu beantworten. Wir kommen in Kapitel 4 darauf zurück. Vorher brauchst du das Werkzeug, das schon das Tauziehen erklärt: Eine Kraft ist keine blosse Zahl, sie hat auch eine *Richtung*. Deshalb zeichnen wir Kräfte als Pfeile.

1.1 Was eine Kraft bewirkt

Kräfte sieht man nicht. Man sieht immer nur, was sie anrichten, und das ist zweierlei:

- Eine Kraft **verformt** einen Körper: Die Feder wird länger, das Blech verbeult.
- Eine Kraft **ändert die Bewegung** eines Körpers: Er wird schneller, langsamer oder er ändert die Richtung.

Zeichen: Formelzeichen F (von *force*), Einheit Newton, Zeichen N.

Beim Tennisschlag passiert beides zugleich. Für uns ist vor allem die zweite Wirkung wichtig: Kräfte sind das, was Bewegungen verändert. Gemessen wird eine Kraft in **Newton**, und wie gross ein Newton ist, merkt man sich am besten mit der Hand:

Das hältst du in der Hand	so gross ist die Kraft
eine Tafel Schokolade ($100\,\mathrm{g}$)	rund $1\,\mathrm{N}$
ein Liter Wasser ($1\,\mathrm{kg}$)	rund $10\,\mathrm{N}$
eine Person mit $70\,\mathrm{kg}$	rund $690\,\mathrm{N}$
ein Kleinwagen ($1000\,\mathrm{kg}$)	rund $10\,\mathrm{kN}$

Das Newton ist übrigens eine Abkürzung: $1\,\mathrm{N} = 1\,\mathrm{kg\,m/s^2}$. Warum ausgerechnet das, wird erst in Kapitel 5 klar; bis dahin genügt dir das Gefühl aus der Tabelle.



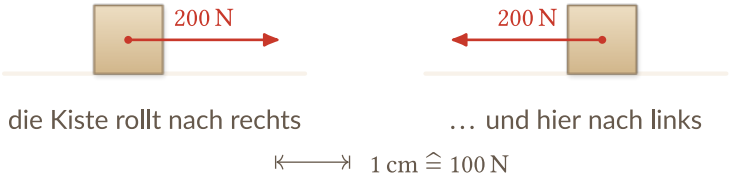
MUHTON WEISS MEHR

Ein Newton, ein Apfel

Ein Newton ist ungefähr so viel, wie ein kleiner Apfel von 100 Gramm in der Hand drückt. Das passt: Isaac Newton erzählte im Alter, ein fallender Apfel habe ihn ins Grübeln gebracht. Aufgeschrieben hat es sein Bekannter William Stukeley nach einem Gespräch im Jahr 1726. Dass der Apfel ihm auf den Kopf fiel, steht dort nicht, das hat erst die Nachwelt dazuerfunden. Ich lasse Äpfel übrigens nie fallen. Ich esse sie vorher.

1.2 Der Kraftpfeil

Wenn du eine Kiste mit $200\,\mathrm{N}$ nach rechts ziehst, passiert etwas ganz anderes, als wenn du sie mit $200\,\mathrm{N}$ nach links ziehst. Die Zahl ist dieselbe, das Ergebnis nicht.



MERKE

Der Kraftpfeil sagt dreierlei

- Die **Länge** ist der Betrag, dafür legt man einen Massstab fest, etwa $1\,\mathrm{cm} \mathrel{\widehat{=}} 100\,\mathrm{N}$.
- Die **Richtung** ist die Richtung, in die die Kraft zieht oder drückt.
- Der **Anfangspunkt** ist der Angriffspunkt: die Stelle, an der die Kraft am Körper angreift.

Geschrieben wird die Kraft mit einem Pfeil über dem Buchstaben: $\vec{F}$. Meint man nur ihren Betrag, lässt man den Pfeil weg: $|\vec{F}| = F$. Gleich lange Pfeile sind immer gleich starke Kräfte, aber gleich starke Kräfte bewirken noch lange nicht dasselbe.

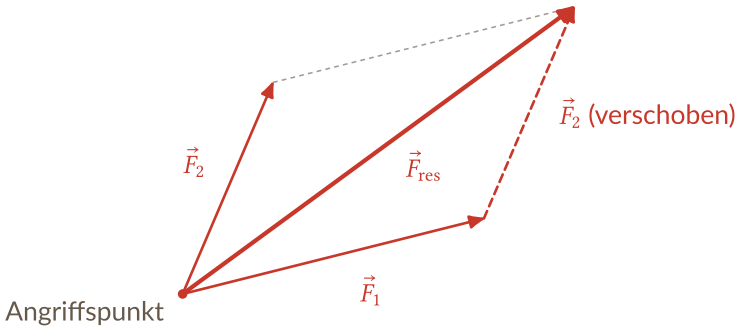
Schon gehabt: Dasselbe kennst du von der Geschwindigkeit: $50\,\mathrm{km/h}$ vorwärts und rückwärts sind nicht dasselbe.

Grössen, die eine Richtung haben, heissen **Vektoren**. Kraft, Geschwindigkeit und Beschleunigung sind Vektoren; Masse, Zeit und Temperatur sind es nicht, eine Zeit von $5\,\mathrm{s}$ zeigt nirgendwohin.

1.3 Kräfte addieren: Spitze an Fuss

Video Spitze an Fuss, im Video ab 2:03. youtu.be/kmprJzYPgjs?t=123

An einem Körper greift selten nur eine Kraft an: Am Einkaufswagen zieht die Hand, die Reibung bremst, der Boden drückt von unten. Die entscheidende Frage lautet deshalb immer: Was kommt insgesamt heraus? Zwei Kräfte werden dabei nicht wie zwei Zahlen addiert, sondern wie zwei Pfeile. Das Verfahren heisst **Spitze an Fuss**: Verschiebe den zweiten Pfeil parallel, bis sein Fuss auf der Spitze des ersten liegt. Der Pfeil vom Anfang des ersten bis zur Spitze des zweiten ist die Summe.



Merke dir: **Dieser Satz trägt das ganze Heft: Nur die resultierende Kraft zählt.**

DEFINITION

Resultierende Kraft

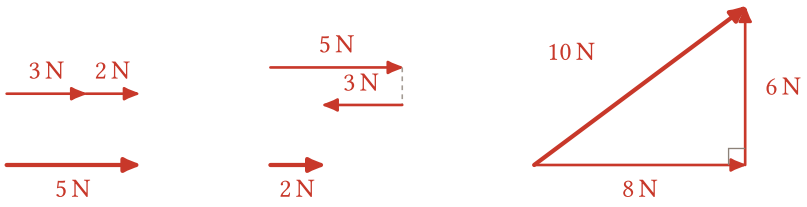
Die **resultierende Kraft** $\vec{F}_{\text{res}}$ ist die Summe aller Kräfte, die an einem Körper angreifen:

$$\vec{F}_{\text{res}} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 + \dots$$

Sie ist die *eine* Kraft, die genau dasselbe bewirkt wie alle einzelnen zusammen. Die Reihenfolge spielt keine Rolle; zeichnet man beide Wege ein, entsteht ein **Kräfteparallelogramm**.

1.4 Die drei Sonderfälle

In den meisten Aufgaben stehen die Kräfte nicht beliebig schräg zueinander, sondern in einer von drei einfachen Lagen. Dann brauchst du gar nicht zu zeichnen.



Achtung: **Die Beträge einfach zusammenzählen darfst du nur im ersten Fall.**

MERKE

Die drei Sonderfälle

Lage der Kräfte	Betrag der Resultierenden	Richtung
gleiche Richtung	$F_{\text{res}} = F_1 + F_2$	wie beide
entgegengesetzt	$F_{\text{res}} = F_1 - F_2$ (die grössere minus die kleinere)	wie die grössere
senkrecht zueinander	$F_{\text{res}} = \sqrt{F_1^2 + F_2^2}$	schräg dazwischen

Und als Kontrolle für jede Aufgabe: Der Betrag der Resultierenden liegt immer zwischen der Differenz und der Summe der beiden Einzelbeträge.

1.5 Das Kräfteparallelogramm



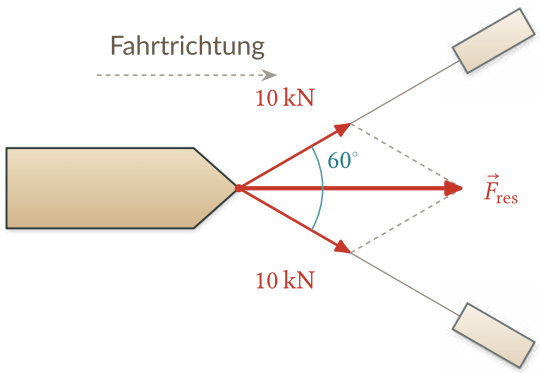
Wie gross ist F_{res}, wenn zwei gleich starke Kräfte einen rechten Winkel bilden?

Jetzt der allgemeine Fall: Zwei gleich starke Kräfte ziehen unter einem Winkel aneinander vorbei. Genau das ist die Lage, bei der die meisten Fehler passieren.



Zum Verstehen Warum man Beträge nicht einfach addieren darf

Zwei Schlepper ziehen ein Frachtschiff. Jeder zieht mit $10\,\text{kN}$, die beiden Seile schliessen einen Winkel von $60\,^\circ$ ein. Wie stark wird das Schiff nach vorn gezogen?



Die naheliegende Antwort lautet $10 + 10 = 20\,\text{kN}$. Sie ist falsch. Miss den dicken Pfeil nach: Er ist nicht doppelt so lang wie ein einzelner, sondern nur etwa $1{,}7$-mal so lang. Das Schiff wird mit $17{,}3\,\text{kN}$ gezogen.

Wo sind die fehlenden $2{,}7\,\text{kN}$ geblieben? Schau ein einzelnes Seil an. Seine $10\,\text{kN}$ ziehen teils nach vorn, teils zur Seite. Weil die Trossen $60\,^\circ$ einschliessen, ist das Dreieck aus den beiden Kraftpfeilen gleichseitig, und die Höhe eines gleichseitigen Dreiecks halbiert die Grundseite. Der seitliche Anteil ist deshalb genau die Hälfte der Seilkraft, also $5\,\text{kN}$. Der Anteil nach vorn folgt aus dem Pythagoras:

$$F_{\text{vorn}} = \sqrt{10^2 - 5^2} = \sqrt{75} = 8{,}66\,\text{kN}$$

Die beiden seitlichen Anteile sind gleich gross und entgegengesetzt, sie heben sich auf und ziehen das Schiff nur auseinander. Nach vorn bleiben $2 \cdot 8{,}66\,\text{kN} = 17{,}3\,\text{kN}$.

Und hier steckt der Denkfehler: $8{,}66$ und 5 ergeben zusammen nicht 10. Anteile einer Kraft addieren sich nicht wie Zahlen, sondern über den Pythagoras: $8{,}66^2 + 5^2 = 75 + 25 = 100 = 10^2$. Genau deshalb darf man auch die *Beträge* zweier schräger Kräfte nie einfach zusammenzählen.

Faustregel: Die Schräge kostet Kraft: Je weiter die Kräfte auseinanderzeigen, desto weniger kommt heraus.

Sind die beiden Kräfte **gleich stark**, so halbiert die Resultierende immer den Winkel, und jede Kraft ist die Hypotenuse eines rechtwinkligen Dreiecks. Dass der seitliche Anteil dabei genau die *halbe* Kraft ist, gilt aber nur bei $60\,°$. Je weiter die beiden auseinanderstehen, desto grösser wird der seitliche Anteil und desto weniger bleibt übrig, bei $120\,°$ ist die Resultierende nur noch so gross wie *eine* der beiden Kräfte.

REZEPT 1

Die resultierende Kraft zweier Kräfte

Wie gross ist die eine Kraft, die dasselbe bewirkt wie zwei Kräfte zusammen?

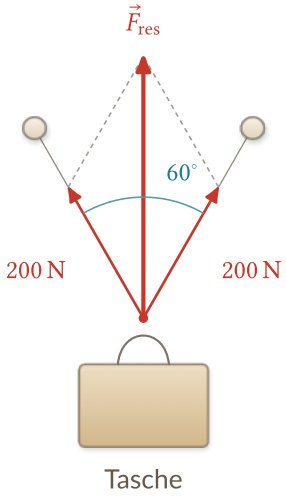
1. Beide Kräfte als Pfeile aus einem gemeinsamen Punkt zeichnen, mit Massstab.
2. Sonderfall? Gleiche Richtung: addieren. Entgegengesetzt: die grössere minus die kleinere. Senkrecht: Pythagoras.
3. Sonst das Kräfteparallelogramm ergänzen. Die Diagonale aus dem gemeinsamen Punkt ist $\vec{F}_{\text{res}}$; messen und mit dem Massstab umrechnen.
4. Plausibel? Der Betrag liegt zwischen der Differenz und der Summe der beiden Beträge.

KURZ $|F_1 - F_2| \le F_{\text{res}} \le F_1 + F_2$

Vorgerechnet gleich darunter.

Vorgerechnet Zwei tragen eine Tasche

Zwei Personen tragen eine schwere Tasche am selben Griff. Jede zieht mit $200\,\mathrm{N}$, die Arme schliessen $60\,^\circ$ ein. Wie stark wird die Tasche insgesamt nach oben gezogen?



1	**1 Skizze mit Massstab.** $1\,\mathrm{cm} \mathrel{\widehat{=}} 100\,\mathrm{N}$: zwei Pfeile von je $2{,}0\,\mathrm{cm}$ unter $60\,^\circ$. Beide Kräfte sind gleich stark, also zeigt $\vec{F}_{\mathrm{res}}$ senkrecht nach oben.	Erst zeichnen, dann rechnen. Und die Symmetrie gleich ausnutzen: Sonst würde die Tasche zur Seite ausschwenken.
2	**2 Halbe Seite.** Der seitliche Anteil jeder Kraft ist die Hälfte, also $100\,\mathrm{N}$.	Bei $60\,^\circ$ ist das Dreieck aus den beiden Kräften gleichseitig, und die Höhe halbiert die Grundseite.
3	**3 Pythagoras, dann verdoppeln.** $\sqrt{200^2 - 100^2} = \sqrt{30\,000} = 173{,}2\,\mathrm{N}$, also $F_{\mathrm{res}} = 2 \cdot 173{,}2 = 346{,}4\,\mathrm{N}$.	Die Kraft ist die Hypotenuse, der Seitenanteil eine Kathete. Beide Personen liefern denselben Anteil nach oben.
4	**Plausibel?** $346\,\mathrm{N}$ liegt zwischen $200\,\mathrm{N}$ (eine Person allein) und $400\,\mathrm{N}$ (beide senkrecht).	Käme mehr als $400\,\mathrm{N}$ heraus, wäre irgendwo ein Fehler.

1.6 Zerlegen, der umgekehrte Weg

Man kann den Weg auch rückwärts gehen: eine einzige schräge Kraft durch zwei Kräfte ersetzen, die zusammen dasselbe bewirken. Genau das haben wir bei den Schleppern getan. Diese **Zerlegung** ist das wichtigste Werkzeug für schräge Zugkräfte.

Wohin das führt Solange die Kräfte gleich stark sind oder senkrecht aufeinander stehen, kommst du mit Pythagoras durch. Für beliebige Winkel braucht man Sinus und Cosinus, das steht in Kapitel 6 und ausführlich in Anhang A.

MERKE

Das Wichtigste aus Kapitel 1

- Eine Kraft hat einen Betrag *und* eine Richtung. Deshalb zeichnet man sie als Pfeil: Länge ≙ Betrag, Richtung ≙ Richtung.
- Mehrere Kräfte fasst man Spitze an Fuss zur **resultierenden Kraft** $\vec{F}_{\text{res}}$ zusammen. Nur sie zählt.
- Beträge addieren darfst du nur bei gleicher Richtung; entgegengesetzt wird subtrahiert, senkrecht gilt Pythagoras. Bei zwei gleich starken Kräften zeigt $\vec{F}_{\text{res}}$ in die Winkelhalbierende, und die Schräge kostet Kraft.

Kannst du es?

Beantworte die Fragen, ohne nachzuschauen. Wo du zögerst, lies den Abschnitt nochmals.

1. Welche drei Dinge sagt ein Kraftpfeil?
2. Wann darfst du die Beträge zweier Kräfte einfach addieren?
3. Zwischen welchen zwei Werten liegt der Betrag der Resultierenden immer?
4. Was ist beim Zerlegen einer Kraft gegeben, und was ist gesucht?

Kurzquiz Je genau eine Antwort ist richtig. Lösungen auf Seite 99.

1. Zwei Kräfte von $30\,\text{N}$ und $40\,\text{N}$ stehen senkrecht zueinander. Die Resultierende beträgt:

   ☐ **a** $70\,\text{N}$ ☐ **b** $10\,\text{N}$

   ☐ **c** $50\,\text{N}$ ☐ **d** $35\,\text{N}$

2. $12\,\text{N}$ nach rechts und $5\,\text{N}$ nach links greifen am selben Punkt an. Die Resultierende ist:

   ☐ **a** $7\,\text{N}$ nach rechts ☐ **b** $17\,\text{N}$ nach rechts

   ☐ **c** $7\,\text{N}$ nach links ☐ **d** $13\,\text{N}$ nach rechts

3. Zwei Kräfte von $20\,\text{N}$ und $50\,\text{N}$ greifen schräg zueinander an. Welcher Betrag der Resultierenden ist möglich?

   ☐ **a** $10\,\text{N}$ ☐ **b** $75\,\text{N}$

   ☐ **c** $20\,\text{N}$ ☐ **d** $45\,\text{N}$

4. Der Massstab lautet $1\,\text{cm} \mathrel{\widehat{=}} 50\,\text{N}$. Ein Pfeil ist $3{,}2\,\text{cm}$ lang. Die Kraft beträgt:

- ☐ **a** $16\,\text{N}$
- ☐ **b** $160\,\text{N}$
- ☐ **c** $320\,\text{N}$
- ☐ **d** $53{,}2\,\text{N}$

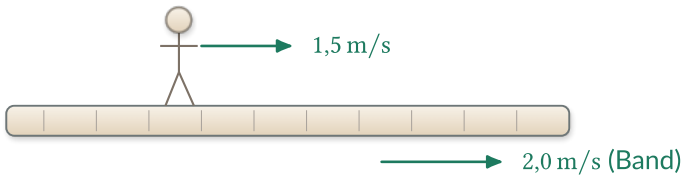
Aufgaben

Erst selbst versuchen. Die Hilfe verrät den ersten Schritt, nicht die Lösung; das Ergebnis steht gleich darunter, der ganze Rechenweg im Anhang C.

A 1.1 Auf dem Rollband

Rechenweg S. 99

Eine Person geht auf einem Rollband mit $1{,}5\,\text{m/s}$ (gemessen gegenüber dem Band). Das Band selbst läuft mit $2{,}0\,\text{m/s}$. Auch Geschwindigkeiten sind Vektoren, es gelten dieselben drei Sonderfälle.



a) Wie schnell bewegt sie sich gegenüber dem Boden, wenn sie in Laufrichtung des Bandes geht?

b) Wie schnell, wenn sie gegen die Laufrichtung geht?

c) Welcher der drei Sonderfälle steckt in a), welcher in b)?

KONTROLLE **a)** $3{,}5\,\text{m/s}$ **b)** $0{,}5\,\text{m/s}$, immer noch in Laufrichtung des Bandes **c)** a) parallel, b) antiparallel

A 1.2 Drei Paare, drei Fälle

Rechenweg S. 99

An einem Körper greifen jeweils zwei Kräfte an. Bestimme Betrag und Richtung der resultierenden Kraft.

a) $2{,}0\,\text{N}$ und $0{,}8\,\text{N}$ in dieselbe Richtung.

b) $12\,\text{N}$ nach rechts und $4\,\text{N}$ nach links.

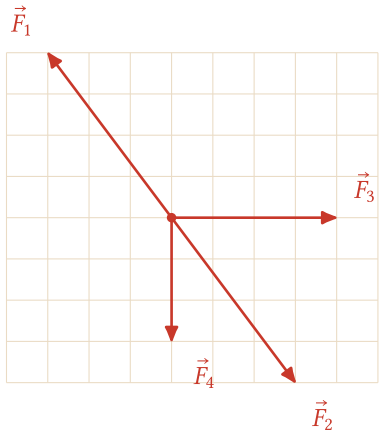
c) $4{,}0\,\text{N}$ nach rechts und $3{,}0\,\text{N}$ nach oben.

KONTROLLE **a)** $2{,}8\,\text{N}$ **b)** $8\,\text{N}$ nach rechts **c)** $5{,}0\,\text{N}$, schräg nach rechts oben

A 1.3 Vier Kräfte an einem Punkt

Rechenweg S. 99

An einem Körper greifen die vier eingezeichneten Kräfte an. Ein Kästchen entspricht $10\,\mathrm{N}$.



1 Kästchen $\widehat{=}\ 10\,\mathrm{N}$

a) Welche zwei Kräfte heben sich gegenseitig auf? Begründe.

b) Konstruiere die resultierende Kraft nach dem Verfahren Spitze an Fuss.

c) Berechne ihren Betrag und vergleiche mit deiner Zeichnung.

HILFE Lies für jede Kraft ab, wie viele Kästchen sie nach rechts und wie viele nach oben reicht. Zwei der vier Zahlenpaare sind genau entgegengesetzt.

KONTROLLE **a)** $\vec{F}_1$ und $\vec{F}_2$ **b)** / **c)** $50\,\mathrm{N}$, schräg nach rechts unten (4 Kästchen nach rechts, 3 nach unten)

A 1.4 ★ Zwei Schlepper

Rechenweg S. 99

Zwei Schlepper ziehen einen Frachter aus dem Hafen. Jeder zieht mit $14\,500\,\mathrm{N}$; die beiden Trossen schliessen einen Winkel von $60\,^\circ$ ein. *Diese Aufgabe stammt aus einer früheren Prüfung.*

a) Zeichne das Kräfteparallelogramm massstäblich ($1\,\mathrm{cm} \widehat{=} 5000\,\mathrm{N}$) und miss F_{res} ab.

b) Berechne F_{res}.

c) Wie gross wäre F_{res}, wenn beide Schlepper genau in Fahrtrichtung zögen? Wie viel Prozent der Zugkraft geht durch die Schräge verloren?

HILFE Der seitliche Anteil jeder Trosse ist die Hälfte von $14\,500\,\mathrm{N}$. Der Anteil nach vorn folgt daraus mit dem Pythagoras.

KONTROLLE **b)** $25{,}1\,\mathrm{kN}$ **c)** $29{,}0\,\mathrm{kN}$; es gehen $13{,}4\,\%$ verloren

A 1.5 ★ Zwei Hunde an der Leine

Rechenweg S. 99

Zwei Hunde ziehen an ihren Leinen, jeder mit $80\,\mathrm{N}$. Die beiden Leinen schliessen einen Winkel von $60\,^\circ$ ein. *Diese Aufgabe stammt aus einer früheren Prüfung.*

a) Konstruiere die resultierende Kraft ($1\,\mathrm{cm} \mathrel{\widehat{=}} 20\,\mathrm{N}$).

b) Berechne ihren Betrag.

c) Welche Kraft muss die Person aufbringen, damit sie an Ort stehen bleibt? Zeichne diese Kraft ein.

HILFE Bei c) darfst du nicht neu rechnen: Gesucht ist die Kraft, die zusammen mit $\vec{F}_{\mathrm{res}}$ null ergibt.

KONTROLLE **b)** $138{,}6\,\mathrm{N}$ **c)** $138{,}6\,\mathrm{N}$, genau entgegengesetzt zu $\vec{F}_{\mathrm{res}}$