Hydrostatik

Druck und Auftrieb: verstehen, zeichnen, rechnen





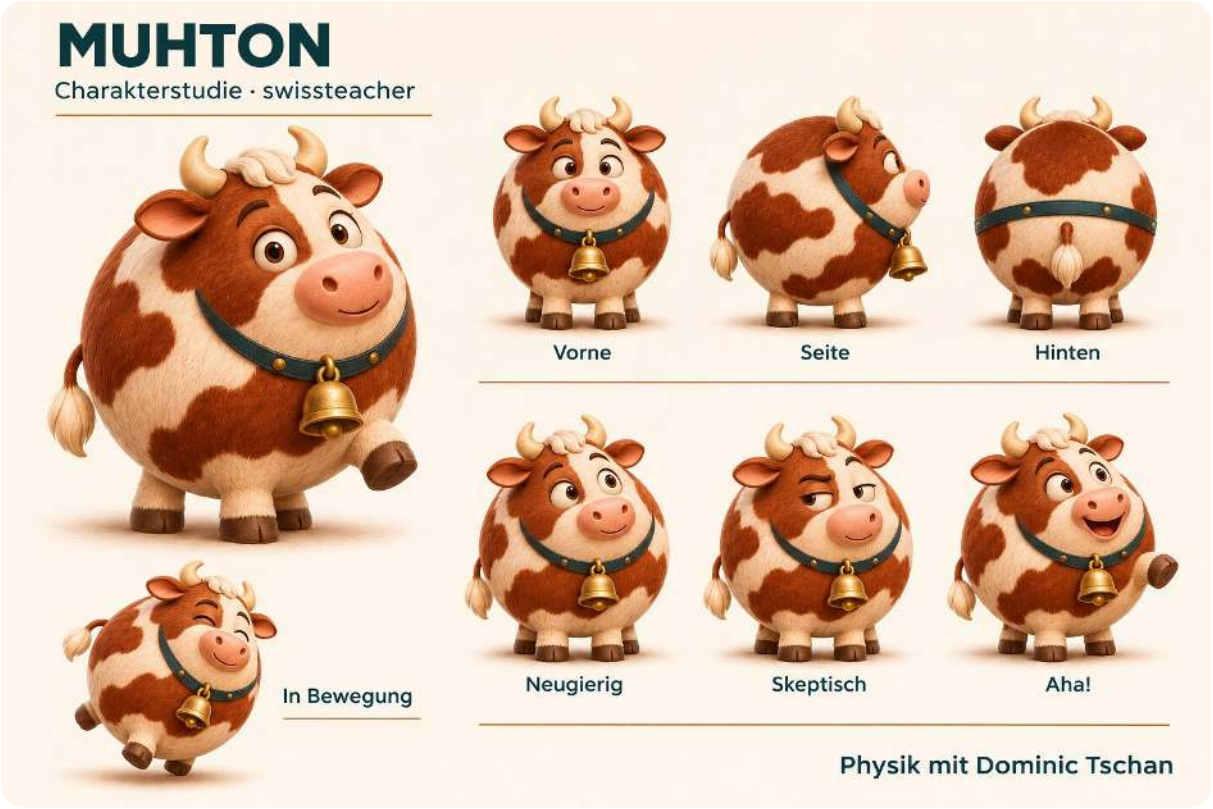
Schwimmt Muhton, oder geht er unter?

> *«Heureka! Ich hab’s gefunden!»*
>
> ARCHIMEDES · NACH VITRUV, UM 25 V. CHR.

MUHTON

Wer dich durch dieses Heft begleitet

Ein Bauer bittet einen Physiker, die Milchleistung seiner Kühe zu verbessern. Nach einer Woche kommt der Physiker zurück und beginnt: «Nehmen wir an, die Kuh sei eine Kugel …» Über diesen Witz lachen Physiker über sich selbst, denn genau so arbeitet Physik: weglassen, was nicht zählt, und dann rechnen.





Muhton

Benannt nach Isaac Newton. 600 kg wie ein echtes Rind, als Kugel gut einen Meter dick. Er probiert aus und liegt auch einmal daneben. Wo sein Kopf steht, fragt er: Erst überlegen, dann weiterlesen. Unter «Muhton weiss mehr» erzählt er, was über den Stoff hinausgeht, unter «Muhtons Kniff» verrät er eine Schlauheit zum Lösen.



Und ich bin Dominic.

Wo mein Kopf steht, sage ich selbst etwas: beim Verstehen, bei typischen Fehlern und bei Prüfungstipps.

Muhton probiert aus. Ich helfe beim Verstehen.

LEHRMITTEL HYDROSTATIK

So lernst du mit diesem Heft

Physik lernt man nicht durch Lesen allein, sondern durch Rechnen und Erklären. Dieses Heft ist zum Selbststudium gebaut, und jedes Kapitel führt dich durch dieselben sechs Stationen. Gebraucht wird aus früheren Themen einzig die Gewichtskraft $F_G = m\,g$.

1. **Leitfrage**
   Lies die Frage am Anfang und überlege zuerst selbst. Dort steht auch, was du nach dem Kapitel kannst.
2. **Verstehen**
   Arbeite die Abschnitte der Reihe nach durch. Die QR-Codes führen zu meinen Videos, meist an die genaue Stelle.
3. **Rezept**
   Das Vorgehen für die wichtigsten Aufgaben, in vier Schritten. Die Rezepte sind durchnummeriert; im Anhang C stehen alle auf einer Seite.
4. **Vorgerechnet**
   Das Rezept an einem ganzen Beispiel, Schritt für Schritt.
5. **Kannst du es?**
   Das Wichtigste auf einen Blick, dann vier Fragen und ein Kurzquiz. Die Lösungen stehen im Anhang D.
6. **Üben**
   Aufgaben mit Hilfe und Kontrolle, der ganze Rechenweg im Anhang D.

> **Klemmt eine Aufgabe?** Geh nicht gleich zur Lösung, sondern zurück zum passenden Rezept (Station 3). Wer die Rezepte kann, zerlegt fast jede Aufgabe in bekannte Schritte.

DIE EINE IDEE

Druck ist Kraft pro Fläche.

$$p = \frac{F}{A}$$

Jede weitere Formel dieses Themas ist nur diese eine Beziehung, ein zweites Mal gelesen. Der Schweredruck ist es, mit dem Gewicht der Wassersäule eingesetzt. Die hydraulische Presse ist es, zweimal nebeneinander geschrieben. Und die Auftriebskraft ist die Differenz zweier solcher Kräfte: die von unten und die von oben.

LEHRMITTEL HYDROSTATIK

Woran du erkennst, was kommt

Das Heft hat nur wenige Arten von Stellen. So sehen sie aus:

 ***Muhton stellt eine Frage. Erst überlegen, dann weiterlesen.***

 **Zum Verstehen Wo mein Kopf steht, spreche ich selbst**

An der Stelle, an der alle hängen, bei typischen Fehlern und dort, wo es Punkte gibt.

MERKE

Das Wichtigste, zum Lernen für die Prüfung.

Nur Merke und Rezept stehen auf einer Fläche, und nie über einen Seitenumbruch.

REZEPT 1 **Druck aus Kraft und Fläche**

Wie gross ist der Druck, wenn eine Kraft senkrecht auf eine Fläche drückt?

1. Vier kurze Schritte, immer in derselben Reihenfolge.

Faustregel: Kurze Regeln und Einheiten stehen fett im Text, mit einem Wort davor.

Vorgerechnet Ein Beispiel Schritt für Schritt

Rechts neben jedem Schritt steht, warum er so geht.

A 1.1 Eine Aufgabe Rechenweg S. 104

Erst selbst versuchen.

HILFE Sie verrät den ersten Schritt, nicht die Lösung.

KONTROLLE Das Ergebnis steht gleich darunter, der ganze Rechenweg im Anhang D.

Video Die QR-Codes führen zu meinen Videos, meist an die genaue Stelle. Das Heft ist auch ohne sie vollständig. Alle Videos: youtube.com, Playlist Hydrostatik

INHALT

Sieben Fragen, ein Gedanke

1 Druck 8

Muhton sinkt im Sand ein. Würde er es auch auf dem Brett?

1.1 Ein Nagel oder tausend Nägel 9
1.2 Der Druck: Kraft pro Fläche 9
1.3 Die Einheiten: Pa, hPa, mbar, bar 10
R1 Rezept: Druck aus Kraft und Fläche 12
1.4 Die Umkehrung: $F = p \cdot A$ 12
1.5 Der Luftdruck 13
1.6 Ein Vakuum zieht nie 14
R2 Rezept: Kraft aus Druck und Fläche 15

2 Die hydraulische Presse 20

Muhton drückt mit einem Huf. Warum hebt sich der schwere Heuballen?

2.1 Das Prinzip von Pascal 21
2.2 Kraftübersetzung: aus klein mach gross 22
2.3 Der Preis ist der Weg 23
2.4 Hydraulik im Alltag 25
R3 Rezept: Kraft und Weg an der hydraulischen Presse 26

3 Der Schweredruck 30

Warum spritzt das Wasser unten am kräftigsten heraus?

3.1 Die Dichte, die Grösse, die wir jetzt brauchen 31
3.2 Woher der Schweredruck kommt 32
3.3 Der Gesamtdruck: der Schweredruck kommt dazu 33
R4 Rezept: Druck in einer Tiefe 34
3.4 Unabhängig von der Gefässform, das hydrostatische Paradoxon 35
3.5 Kommunizierende Gefässe 36
3.6 Von der Tiefe zurück zur Kraft 37
R5 Rezept: Kraft auf eine Luke in der Tiefe 37

4 Steighöhe und Barometer 44

Wie lang darf Muhtons Trinkhalm höchstens sein?

4.1 Trinken mit dem Strohhalm 45
4.2 Die Zehn-Meter-Grenze 46
4.3 Torricellis Quecksilberbarometer 48
4.4 Millimeter Quecksilber, Torr und der Blutdruck 49
R6 Rezept: Wie hoch der Luftdruck eine Flüssigkeit drückt 50

5 Die Auftriebskraft 55

Der Stein ist ganz eingetaucht. Warum zeigt der Federkraftmesser weniger an?

5.1 Drei Rätsel: der Fisch, das Schiff, der Ballon 56
5.2 Woher die Auftriebskraft kommt 56
5.3 Das Prinzip von Archimedes 58
R7 Rezept: Auftriebskraft berechnen 60
5.4 Zwei Wägungen, eine Dichte 60
R8 Rezept: Dichte aus zwei Wägungen 62

5.5 Die vier Fälle 63

6 Schwimmen, Schweben, Sinken 69

Das Holz schwimmt obenauf, Muhton knapp, der Stein sinkt. Warum?

6.1 Die Schwimmbedingung 70
6.2 Eintauchtiefe und Prozentanteil 71
6.3 Warum ein Schiff aus Stahl schwimmt 72
6.4 Tragfähigkeit 73
6.5 Salzwasser und Süsswasser 73
R9 **Rezept: Wie tief ein schwimmender Körper eintaucht** **75**

7 Auftrieb in Gasen 80

Wie viele Ballone braucht Muhton, um abzuheben?

7.1 Luft ist auch ein Medium 81
7.2 Helium- oder Luftballon, warum der eine steigt 81
7.3 Zeppelin und Heissluftballon: die Tragkraft 82
7.4 Warum wir den Auftrieb in Luft sonst weglassen dürfen 83
R10 **Rezept: Tragkraft eines Ballons** **84**

Anhang

A Vier Leute, vier Versuche 89

B Das Perpetuum mobile mit Auftrieb 96

C Formelsammlung, Dichtetabelle und Prüfungs-Checkliste 100

D Ausführliche Lösungen 104

Die Farben in den Abbildungen

Kraft: alle Kräfte sind rot. Ein dünner roter Pfeil zeigt einen Druck.

Auftriebskraft F_A: die eine Ausnahme, blau, damit du beim Schwimmen und Sinken auf einen Blick siehst, welcher Pfeil länger ist.

Wasser: hellblau, der Spiegel als dunklere Linie.

Gleiche Höhe: eine gestrichelte Kupferlinie.

VOR DEM START

Bist du bereit?

Dieses Heft braucht nur wenig aus der Mathematik und der Mechanik. Rechne die sieben Aufgaben ohne nachzuschauen. Stimmen sechs oder mehr, kann es losgehen. Sonst lohnt es sich, die Lücken zuerst zu schliessen.

1. Wie gross ist die Gewichtskraft auf einen Körper mit $m = 2{,}5\,\mathrm{kg}$? Rechne mit $g = 9{,}81\,\mathrm{N/kg}$.
2. Wie viele Quadratzentimeter sind $1\,\mathrm{m}^2$?
3. Schreibe $25\,\mathrm{cm}^2$ in Quadratmetern.
4. Wie gross ist die Fläche eines Kreises mit dem Durchmesser $4\,\mathrm{cm}$?
5. Schreibe ohne Zehnerpotenz: $3 \cdot 10^{5}$ und $2{,}4 \cdot 10^{-3}$.
6. Ein Quader ist $20\,\mathrm{cm}$ lang, $10\,\mathrm{cm}$ breit und $5\,\mathrm{cm}$ hoch. Wie viele Liter fasst er?
7. Stelle $F = p \cdot A$ nach A um.

LÖSUNGEN

1 $24{,}5\,\mathrm{N}$ · **2** $10\,000\,\mathrm{cm}^2$ · **3** $0{,}0025\,\mathrm{m}^2$ · **4** $12{,}6\,\mathrm{cm}^2$ · **5** $300\,000$ und $0{,}0024$ · **6** $1\,\mathrm{L}$ · **7** $A = F/p$

KAPITEL 1

1 Druck

Warum ein Fakir auf tausend Nägeln liegen kann, und auf einem nicht.





Muhton sinkt im Sand ein. Würde er es auch auf dem Brett?

Muhton: «Ich wiege auf dem Brett doch genau gleich viel.»

NACH DIESEM KAPITEL KANNST DU

- ✓ erklären, warum dieselbe Kraft auf einer kleinen Fläche viel mehr bewirkt als auf einer grossen,
- ✓ den Druck mit $p = F/A$ berechnen und die Formel nach F oder A umstellen,
- ✓ zwischen Pa, hPa, mbar und bar umrechnen,
- ✓ erklären, warum ein Vakuum nicht zieht, sondern der Luftdruck drückt.

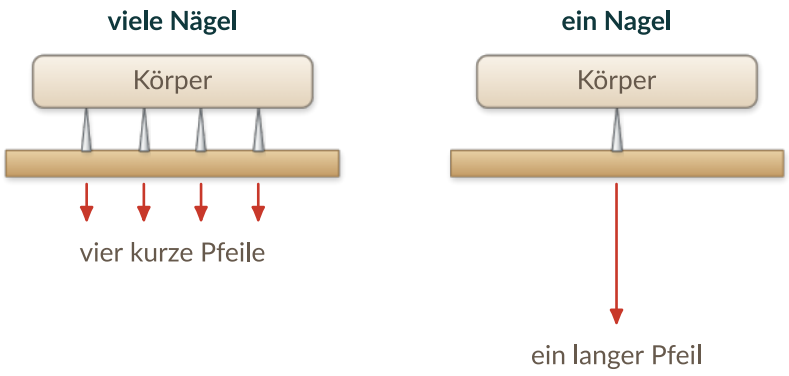
Video Der Fakir auf dem Nagelbrett, ab 0:40. youtu.be/sZx9MARn8Is?t=40

Auf alten Fotografien aus Indien liegt ein Mann auf einem Brett voller Nägel. Kein Trick und keine Zauberei: Er liegt einfach da, plaudert, und die Spitzen bohren sich nicht in seinen Rücken. Auf einen einzigen dieser Nägel würde sich niemand legen.

Zwischen den beiden Fällen hat sich an ihm nichts geändert. Er ist gleich schwer geblieben, und die Nägel sind dieselben geblieben. Es kann also nicht die Kraft sein, die den Unterschied macht, sie ist beide Male gleich gross. Die Frage dieses Kapitels lautet: Welche Grösse macht ihn dann?

1.1 Ein Nagel oder tausend Nägel

Der Unterschied steckt darin, *wie viele Stellen* die Kraft tragen. Liegt der Körper auf tausend Nagelspitzen, so trägt jede einzelne nur ein Tausendstel seiner Gewichtskraft. Liegt er auf einer einzigen Spitze, so trägt diese alles. Die Gesamtkraft ist in beiden Bildern genau dieselbe, sie ist nur anders verteilt.





Warum tut ein Reissnagel weh, ein Daumen aber nicht, bei gleicher Kraft?

Die Pfeile unter dem Brett zeigen, welchen Anteil der Gesamtkraft jeder Nagel weitergibt. Vier statt tausend Nägel sind gezeichnet, damit man sie zählen kann; der Gedanke bleibt derselbe. Die vier kurzen Pfeile links ergeben aneinandergelegt genau den einen langen Pfeil rechts, gleiche Kraft, andere Verteilung. Weh tut nicht die Kraft, sondern die Kraft *auf einer kleinen Fläche*.

Zehn Sekunden, ein Bleistift Nimm einen gespitzten Bleistift und drücke ihn zwischen Daumen und Zeigefinger zusammen, die Spitze auf den einen Finger, das stumpfe Ende auf den anderen. Nach dem dritten Newtonschen Gesetz drücken beide Finger mit *derselben* Kraft gegeneinander. Weh tut trotzdem nur einer.

1.2 Der Druck: Kraft pro Fläche

Die Grösse, die den Unterschied beschreibt, heisst **Druck**. Sie beantwortet nicht die Frage «wie gross ist die Kraft?», sondern «wie stark ist die Kraft auf jedem Quadratzentimeter?».

DEFINITION

Der Druck

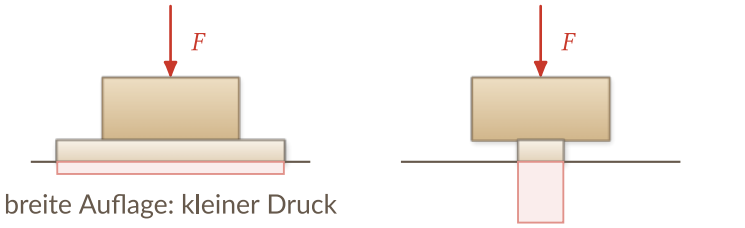
Drückt eine Kraft F senkrecht auf eine Fläche A, so heisst

$$p = \frac{F}{A} \qquad \text{der } \textit{Druck} \text{ auf diese Fläche,} \qquad [p] = \mathrm{N/m^2} = \mathrm{Pa\ (Pascal).}$$

Ein Pascal ist also ein Newton pro Quadratmeter. Dabei ist A stets die Fläche, auf die die Kraft *senkrecht* wirkt. Die Einheit trägt den Namen von Blaise Pascal (1623 bis 1662); was er sonst noch getan hat, steht in Anhang A.

Video Die Definition p = F/A, ab 3:45. youtu.be/sZx9MARn8Is?t=225

Aus der Formel lassen sich zwei Sätze ablesen, und beide kennst du aus dem Alltag. Ist die Fläche **gross**, so ist der Druck **klein**: Deshalb sinkt man mit Schneeschuhen nicht ein, deshalb hat ein Lastwagen viele breite Räder, deshalb haben Enten Schwimmhäute. Ist die Fläche **klein**, so ist der Druck **gross**: Deshalb schneidet ein scharfes Messer, deshalb hält ein Reissnagel, deshalb sticht ein Bienenstachel.



Faustregel: Grosse Fläche, kleiner Druck, kleine Fläche, grosser Druck.

Die beiden getönten Rechtecke sind gleich gross: Es ist dieselbe Kraft. Rechts verteilt sie sich auf ein Fünftel der Auflage, und deshalb ist das Rechteck fünfmal so hoch. Genau das ist der Druck, die Kraft, geteilt durch die Fläche, auf der sie ankommt.

1.3 Die Einheiten: Pa, hPa, mbar, bar

Video kPa, bar und das Hektopascal aus dem Wetterbericht, ab 7:15. youtu.be/sZx9MARn8Is?t=435

Das Pascal ist eine unbequem kleine Einheit. Ein flach auf der Handfläche liegender Geldschein drückt mit rund einem Pascal. Für den Alltag rechnet man deshalb mit Vielfachen davon, und leider mit mehreren gleichzeitig: Der Wetterbericht meldet Hektopascal, der Pneu trägt seinen Druck in bar, und in der Physikaufgabe steht am Ende immer das Pascal.

MERKE

Die Einheiten des Drucks

$1\,\mathrm{Pa}$	$= 1\,\mathrm{N/m^2}$
$1\,\mathrm{hPa}$	$= 100\,\mathrm{Pa}$, das Hektopascal des Wetterberichts
$1\,\mathrm{mbar}$	$= 1\,\mathrm{hPa} = 100\,\mathrm{Pa}$
$1\,\mathrm{kPa}$	$= 1000\,\mathrm{Pa}$
$1\,\mathrm{bar}$	$= 100\,000\,\mathrm{Pa} = 1000\,\mathrm{hPa} = 1000\,\mathrm{mbar}$
$1\,\mathrm{N/cm^2}$	$= 10\,000\,\mathrm{Pa} = 0{,}1\,\mathrm{bar}$

Einheit: Wetterbericht hPa, Pneu bar, in der Rechnung immer Pa.

«Ein kräftiges Hoch bei $1030\,\mathrm{hPa}$» sind also $103\,000\,\mathrm{Pa}$ oder $1{,}03\,\mathrm{bar}$. Umrechnen heisst nichts anderes, als eine Zehnerpotenz zu verschieben; der sichere Weg führt dabei immer über das Pascal.

Beispiel 1.1 Drei Umrechnungen

a $1013\,\mathrm{hPa} = 1013 \cdot 100\,\mathrm{Pa} = 101\,300\,\mathrm{Pa} = 1{,}013\,\mathrm{bar}$

Ein Hektopascal sind hundert Pascal, «hekto» heisst hundert.

b $2{,}5\,\mathrm{bar} = 2{,}5 \cdot 100\,000\,\mathrm{Pa} = 250\,000\,\mathrm{Pa} = 2500\,\mathrm{hPa}$

Vom bar zum Pascal ist es der Faktor $100\,000$, vom bar zum hPa der Faktor 1000.

c $3\,\mathrm{N/cm^2} = \dfrac{3\,\mathrm{N}}{10^{-4}\,\mathrm{m^2}} = 30\,000\,\mathrm{Pa} = 0{,}3\,\mathrm{bar}$

Hier steckt die Flächenumrechnung drin: ein Quadratzentimeter ist 10^{-4} Quadratmeter.

Video Die Einheitenfalle, an der die meisten scheitern, ab 12:18. youtu.be/sZx9MARn8Is?t=738

Der letzte Punkt ist der gefährlichste des ganzen Kapitels, und er kostet in jeder Prüfung Punkte. Er hat zwei Hälften, und beide sehen harmlos aus.



Zum Verstehen Kraft ist nicht Druck, und $1\,\mathrm{cm^2}$ ist nicht ein Hundertstel Quadratmeter

- **Kraft und Druck sind zwei verschiedene Grössen.** Die Kraft wird in Newton gemessen, der Druck in Pascal. Dieselbe Kraft von $600\,\mathrm{N}$ ist auf einem Schneeschuh harmlos und auf einer Nadelspitze zerstörerisch. Vor jeder Rechnung steht deshalb die Doppelfrage: *Welche Kraft, und welche Fläche?*
- **Flächen rechnet man mit dem Quadrat um.** Zwar ist $1\,\mathrm{cm} = 10^{-2}\,\mathrm{m}$, aber

$$1\,\mathrm{cm^2} = 10^{-2}\,\mathrm{m} \cdot 10^{-2}\,\mathrm{m} = 10^{-4}\,\mathrm{m^2}\,.$$

Ein Quadratzentimeter ist also ein *Zehn*tausendstel Quadratmeter, nicht ein Hundertstel. Wer sich hier vertut, ist um den Faktor 100 daneben, und das Ergebnis sieht trotzdem plausibel aus.

Fläche	in m^2	Fläche	in m^2
$1\,\mathrm{mm}^2$	$10^{-6}\,\mathrm{m}^2$	$1\,\mathrm{dm}^2$	$10^{-2}\,\mathrm{m}^2$
$1\,\mathrm{cm}^2$	$10^{-4}\,\mathrm{m}^2$	$1\,\mathrm{m}^2$	$1\,\mathrm{m}^2$

› **Bei einer Kreisfläche ist der Radius der halbe Durchmesser.** Es gilt $A = \pi r^2$ mit $r = d/2$. In den Aufgaben ist fast immer der Durchmesser angegeben, weil man ihn messen kann. Wer d statt r einsetzt, bekommt die vierfache Fläche und damit einen Viertel des richtigen Drucks.

Diese drei Punkte sind keine Formalität. In diesem Aufgabentyp ist die Flächenumrechnung die eigentliche Hürde, im Video heisst es an dieser Stelle: hier passieren die häufigsten Fehler.

REZEPT 1 **Druck aus Kraft und Fläche**

Wie gross ist der Druck, wenn eine Kraft senkrecht auf eine Fläche drückt?

1. Die Kraft in Newton bestimmen. Drückt ein Gewicht: $F_G = m\,g$.
2. Die Fläche in Quadratmeter umrechnen: $1\,\mathrm{cm}^2 = 10^{-4}\,\mathrm{m}^2$.
3. $p = F/A$ rechnen. Das Ergebnis ist in Pascal.
4. Plausibel? In hPa oder bar umrechnen und mit dem Luftdruck vergleichen (rund $1\,\mathrm{bar}$).

KURZ $p = \frac{F}{A}$



MUHTON WEISS MEHR

Ein Blatt Papier, ein Pascal

Ein Blatt Druckerpapier liegt flach auf dem Tisch. Es drückt mit knapp einem Pascal auf die Tischplatte. Die Luft, die gleichzeitig auf das Blatt drückt, schafft über hunderttausendmal so viel. Ein Pascal ist also winzig, darum rechnet man meist in Hektopascal oder bar. Ich drücke mit meinen Hufen ein paar hunderttausend Pascal. Darum sinke ich im Sand ein.

1.4 Die Umkehrung: $F = p \cdot A$

Merke dir beide Formen: $p = F/A$ und $F = p \cdot A$.

Meistens ist der Druck das Gesuchte. Genauso oft ist er aber bekannt, und die Kraft ist gesucht, dann wird die Formel umgestellt zu $F = p \cdot A$. Diese zweite Form trägt die halbe Hydrostatik: Sie liefert die Kraft auf einen Kolben, auf ein Bullauge, auf eine Staumauer und auf einen Kühlschrankdeckel.

Ein Punkt ist dabei entscheidend. Auf jede Fläche, die wir im Alltag antreffen, drückt es von *beiden* Seiten, vorne die Luft, hinten die Luft, oder vorne Wasser und hinten Luft. Was den Körper wirklich beansprucht, ist die **Druckdifferenz** Δp zwischen den beiden Seiten:

$$F = \Delta p \cdot A \qquad \text{mit} \qquad \Delta p = p_{\text{aussen}} - p_{\text{innen}} \,.$$

Ist innen und aussen derselbe Druck, so ist $\Delta p = 0\,\text{Pa}$, und es bleibt keine Kraft übrig. Genau deshalb zerdrückt uns der Luftdruck nicht.

1.5 Der Luftdruck

Video Der unsichtbare Lastwagen auf jedem Quadratmeter, ab 8:13. youtu.be/sZx9MARn8Is?t=493

Über uns steht eine Luftsäule von vielen Kilometern Höhe. Auch Luft hat eine Masse, also drückt diese Säule auf alles, was unter ihr liegt. Auf Meereshöhe beträgt dieser **Luftdruck** rund

$$p_L = 100\,000\,\text{Pa} = 1\,\text{bar} = 1000\,\text{hPa}\,.$$

Diese Zahl gehört zu den wenigen, die man in der Hydrostatik auswendig braucht. Mit ihr rechnen wir im ganzen Heft.

Der unsichtbare Lastwagen Wie gross ist die Kraft, mit der die Luft auf einen Quadratmeter drückt? Mit $F = p_L \cdot A$ ist das eine Zeile:

$$F = 100\,000\,\text{Pa} \cdot 1\,\text{m}^2 = 100\,000\,\text{N}\,.$$

Das ist die Gewichtskraft von gut zehn Tonnen, ein mittlerer Lastwagen, auf einer Fläche, die ungefähr so gross ist wie deine ganze Rückseite, wenn du liegst. Dass wir nichts davon spüren, liegt an der Druckdifferenz: In Lunge, Blut und Zellen herrscht derselbe Druck, er drückt von innen genauso stark zurück, und Δp ist null. Bemerkbar wird der Luftdruck erst, wenn er sich *ändert*, beim Starten des Flugzeugs oder beim Tauchen, wenn die Ohren zu knacken beginnen.



Typischer Fehler Newton oder Tonne?

$100\,000\,\text{N}$ *sind* keine zehn Tonnen. Die Tonne ist eine Einheit der Masse, das Newton eine Einheit der Kraft; zwischen ihnen steht das g. Richtig heisst es: $100\,000\,\text{N}$ *heben* rund zehn Tonnen, oder kürzer: $100\,000\,\text{N} \mathrel{\widehat{=}}$ der Gewichtskraft von $10{,}2\,\text{t}$. Dasselbe gilt für das Wort *schwer*: Schwer ist eine Gewichtskraft, nie eine Masse.

Merke dir: $p_L = 100\,000\,\text{Pa} = 1\,\text{bar}$, diese Zahl musst du auswendig können.

Im Wetterbericht schwankt der Luftdruck zwischen etwa $980\,\text{hPa}$ und $1040\,\text{hPa}$. Unser Rechenwert von $1000\,\text{hPa}$ liegt mitten darin.

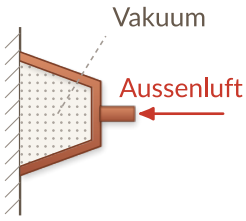


Typischer Fehler $1\,\mathrm{bar}$ ist nicht der Normaldruck

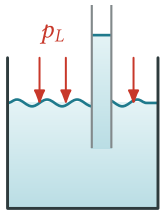
Wir rechnen durchgehend mit dem runden Wert $p_L = 100\,000\,\mathrm{Pa} = 1\,\mathrm{bar}$. Der *Normaldruck* ist eine andere, genauer festgelegte Grösse: $1013{,}25\,\mathrm{hPa} = 101\,325\,\mathrm{Pa}$. Der Unterschied beträgt $1{,}3\,\%$ und spielt in unseren Aufgaben keine Rolle, aber die beiden Zahlen dürfen nicht vermischt werden. Wo eine Prüfungsangabe einen anderen Wert nennt, gilt die Angabe.

1.6 Ein Vakuum zieht nie

Ein Saugnapf haftet an der Fensterscheibe, ein Strohhalm hebt Wasser, eine Saugglocke öffnet den Abfluss. In der Umgangssprache heisst es dann, das Vakuum «sauge» oder «ziehe». Das tut es nicht. Ein Vakuum ist die Abwesenheit von Luft, und was nicht da ist, kann nichts tun.



Der Saugnapf wird von aussen *angedrückt*.



Es ist die Luft auf der Oberfläche, die das Wasser hinaufdrückt.



Video Warum ein Vakuum nie zieht, ab 9:55. youtu.be/sZx9MARn8Is?t=595

Was wirklich geschieht, ist immer dasselbe: Auf der einen Seite wird der Druck kleiner, auf der anderen bleibt er gleich, und die Seite mit dem höheren Druck drückt. Beim Saugnapf drückst du die Luft unter dem Napf heraus; danach drückt die Aussenluft den Napf gegen die Scheibe. Beim Strohhalm senkst du den Druck in deinem Mund; danach drückt die Aussenluft auf die Wasseroberfläche im Glas und schiebt das Wasser in den Halm hinauf.

MERKE

Ein Vakuum zieht nie

Es ist immer der Ort mit dem **höheren** Druck, der drückt. Ein Vakuum zieht nichts an, es nimmt nur den Gegendruck weg. Deshalb rechnet man bei solchen Aufgaben nie mit einem «Sog», sondern immer mit der Druckdifferenz Δp und der Formel $F = \Delta p \cdot A$.

Wie stark das ist, zeigte Otto von Guericke um 1656 in Magdeburg: Er pumpte zwei zusammengelegte Kupferhalbkugeln leer, und zwei Gespanne mit insgesamt sechzehn Pferden brachten sie nicht auseinander. Zusammengepresst hat sie nicht Guericke, sondern der Luftdruck. Die ganze Geschichte, und was daran Legende ist, steht in Anhang A.

REZEPT 2 **Kraft aus Druck und Fläche**

Welche Kraft übt ein Druck auf eine Fläche aus?

1. Den Druck in Pascal umrechnen: $1\,\mathrm{bar} = 10^5\,\mathrm{Pa}$, $1\,\mathrm{hPa} = 100\,\mathrm{Pa}$.
2. Die Fläche in Quadratmeter umrechnen.
3. Drückt von beiden Seiten Luft, zählt nur der Druckunterschied Δp.
4. $F = p \cdot A$ beziehungsweise $F = \Delta p \cdot A$ rechnen.

KURZ $F = p \cdot A$

Vorgerechnet gleich darunter.

Vorgerechnet **Der Deckel auf dem Marmeladenglas**

Ein frisch abgefülltes Marmeladenglas ist abgekühlt. Im Glas herrscht nur noch ein Restdruck von $800\,\mathrm{hPa}$, draussen die üblichen $1000\,\mathrm{hPa}$. Der Deckel ist rund und hat $8\,\mathrm{cm}$ Durchmesser. Mit welcher Kraft wird er festgehalten?

1 $\Delta p = 1000\,\mathrm{hPa} - 800\,\mathrm{hPa} = 200\,\mathrm{hPa} = 20\,000\,\mathrm{Pa}$

Von beiden Seiten drückt Luft. Übrig bleibt nur die Differenz, den Absolutdruck brauchen wir gar nicht.

2 $r = \frac{d}{2} = 4\,\mathrm{cm} = 0{,}04\,\mathrm{m}$, $A = \pi r^2 = \pi \cdot (0{,}04\,\mathrm{m})^2 = 5{,}03 \cdot 10^{-3}\,\mathrm{m}^2$

Zuerst in Meter umrechnen, dann quadrieren. Und: Radius, nicht Durchmesser.

3 $F = \Delta p \cdot A = 20\,000\,\mathrm{Pa} \cdot 5{,}03 \cdot 10^{-3}\,\mathrm{m}^2 = 100{,}6\,\mathrm{N} \approx 100\,\mathrm{N}$

Pascal mal Quadratmeter ergibt Newton, die Einheit kommt von selbst heraus.



Plausibel? $100\,\mathrm{N}$ sind die Gewichtskraft von gut zehn Kilogramm, und das auf einem handtellergrossen Deckel. Genau deshalb braucht es das Messer am Rand: Sobald Luft ins Glas kommt, ist Δp null und der Deckel dreht sich mit zwei Fingern auf.

Zwei Kolben, ein Druck Bis hierher hat der Druck immer auf *eine* Fläche gedrückt. Im nächsten Kapitel schliessen wir zwei verschieden grosse Flächen an dieselbe Flüssigkeit an. Der Druck ist dann überall gleich, die Kräfte sind es nicht. Aus dieser einen Beobachtung wird die hydraulische Presse, und aus ihr ein Wagenheber, der ein Auto hebt.

Mit welchem g rechnen wir? Im ganzen Heft steht $g = 9{,}81\,\mathrm{m/s^2}$. In den Videos wird an einigen Stellen auf $10\,\mathrm{m/s^2}$ gerundet, damit man im Kopf mitrechnen kann; das ist erlaubt, muss aber angesagt werden. Die Ergebnisse unterscheiden sich um knapp $2\,\%$, an der Aussage ändert sich nichts.



Video Derselbe Aufgabentyp, Schritt für Schritt, ab 13:51. youtu.be/sZx9MARn8Is?t=831

Das folgende Beispiel ist einer der häufigsten Rechentypen der Prüfungen: eine Masse, eine kleine Auflagefläche, gesucht ist der Druck. Halte dich an die Reihenfolge, erst die Fläche, dann die Kraft, dann der Druck.

Vorgerechnet Der Elefant auf einem Bein

Ein Elefant von $m = 4{,}0\,\mathrm{t}$ steht auf einem Bein. Die Standfläche des Fusses ist kreisförmig mit dem Durchmesser $d = 30\,\mathrm{cm}$. Welchen Druck erzeugt er auf dem Boden?

1 **Gegeben:** $m = 4{,}0\,\mathrm{t} = 4000\,\mathrm{kg}$, $d = 30\,\mathrm{cm}$. **Gesucht:** p.

Ein Bein trägt alles. Gegeben ist der Durchmesser, die Formel braucht den Radius.

2 $r = \dfrac{d}{2} = 15\,\mathrm{cm} = 0{,}15\,\mathrm{m}$, $A = \pi r^2 = \pi \cdot (0{,}15\,\mathrm{m})^2 = 0{,}0707\,\mathrm{m}^2$

Erst in Meter, dann quadrieren. Wer d einsetzt, bekommt die vierfache Fläche.

3 $F_G = m\,g = 4000\,\mathrm{kg} \cdot 9{,}81\,\mathrm{m/s^2} = 39\,240\,\mathrm{N}$

Der Elefant drückt mit seiner *Gewichtskraft*. Die Masse allein ist keine Kraft.

4 $p = \dfrac{F_G}{A} = \dfrac{39\,240\,\mathrm{N}}{0{,}0707\,\mathrm{m}^2} = 5{,}55 \cdot 10^5\,\mathrm{Pa} = 5{,}55\,\mathrm{bar}$

Newton durch Quadratmeter ergibt Pascal. Die Umrechnung in bar ist nur noch Kosmetik.



Plausibel? $5{,}55\,\mathrm{bar}$ sind gut das Doppelte des Drucks in einem Autoreifen ($2{,}2$ bis $2{,}5\,\mathrm{bar}$), und die Standfläche ist mit $0{,}0707\,\mathrm{m}^2$ kaum grösser als ein Essteller. Ein Elefant ist schwer, aber er verteilt seine Last auf breite Füsse. Auf Bleistiftabsätzen sähe die Rechnung anders aus.



Prüfungstipp Was mit diesem Kapitel geprüft wird

- $p = F/A$ **auf einer kleinen Auflagefläche** kommt in sechs von acht gesichteten Prüfungsserien vor, meist mit dem Zusatz *«in Grundeinheiten»*. Gemeint ist: Fläche in Quadratmeter, Kraft in Newton, Ergebnis in Pascal.
- **Punkte gibt es zweimal:** einen halben für den Ansatz, also die hingeschriebene Formel, und einen halben für das Ergebnis. Wer die Formel notiert und sich verrechnet, bekommt die Hälfte, wer nur eine Zahl hinschreibt, im schlechtesten Fall nichts.
- **Das Formelbuch ist erlaubt und vorausgesetzt.** Dichten und Konstanten stehen nicht in der Angabe; du musst sie nachschlagen.

MERKE

Druck, das Wichtigste

- $p = \dfrac{F}{A}$ mit $[p] = \mathrm{N/m^2} = \mathrm{Pa}$. Umgestellt: $F = p \cdot A$, und bei Luft auf beiden Seiten $F = \Delta p \cdot A$.
- $1\,\mathrm{bar} = 100\,000\,\mathrm{Pa} = 1000\,\mathrm{hPa}$; $1\,\mathrm{cm^2} = 10^{-4}\,\mathrm{m^2}$; Kreisfläche $A = \pi r^2$ mit $r = d/2$.
- Der Luftdruck beträgt rund $p_L = 100\,000\,\mathrm{Pa} = 1\,\mathrm{bar}$. Ein Vakuum zieht nie, es drückt immer die Seite mit dem höheren Druck.

Druck ist Kraft pro Fläche, jede weitere Formel dieses Themas ist nur diese eine Beziehung, ein zweites Mal gelesen.

Kannst du es?

Beantworte die Fragen, ohne nachzuschauen. Wo du zögerst, lies den Abschnitt nochmals.

1. Warum sinkt man mit Schneeschuhen weniger tief in den Schnee ein als mit Stiefeln?
2. Wie viele Pascal sind $1\,\mathrm{bar}$, und wie viele Hektopascal?
3. Was bedeutet $1\,\mathrm{Pa}$ in Worten, mit Kraft und Fläche?
4. Warum «saugt» ein Saugnapf nicht an der Wand?

Kurzquiz Je genau eine Antwort ist richtig. Lösungen auf Seite 104.

1. Eine Kraft von $200\,\mathrm{N}$ drückt auf $0{,}5\,\mathrm{m^2}$. Der Druck beträgt:

   ☐ **a** $100\,\mathrm{Pa}$ ☐ **b** $400\,\mathrm{Pa}$

   ☐ **c** $200\,\mathrm{Pa}$ ☐ **d** $0{,}0025\,\mathrm{Pa}$

2. $1\,\mathrm{bar}$ sind:

   ☐ **a** $1000\,\mathrm{Pa}$ ☐ **b** $100\,\mathrm{hPa}$

   ☐ **c** $100\,000\,\mathrm{Pa}$ ☐ **d** $10\,000\,\mathrm{Pa}$

3. $3\,\mathrm{cm^2}$ sind:

   ☐ **a** $0{,}03\,\mathrm{m^2}$ ☐ **b** $0{,}0003\,\mathrm{m^2}$

   ☐ **c** $0{,}3\,\mathrm{m^2}$ ☐ **d** $3 \cdot 10^{-6}\,\mathrm{m^2}$

4. Ein Saugnapf hält an der glatten Wand, weil …

   ☐ **a** das Vakuum ihn anzieht. ☐ **b** der Luftdruck ihn von aussen an die Wand drückt.

   ☐ **c** die Wand ihn ansaugt. ☐ **d** der Gummi von selbst klebt.

Aufgaben

Erst selbst versuchen. Die Hilfe verrät den ersten Schritt, nicht die Lösung; das Ergebnis steht gleich darunter, der ganze Rechenweg im Anhang D.

A 1.1 Rechne um

Rechenweg S. 104

Wandle die folgenden Druckangaben um.

a) $950\,\mathrm{mbar}$ in Pascal und in Hektopascal.

b) $250\,\mathrm{hPa}$ in bar.

c) $100\,\mathrm{N/cm^2}$ in Hektopascal.

HILFE Geh bei jeder Umrechnung über das Pascal. Es ist die Grundeinheit; alle anderen Angaben sind nur andere Namen für ein Vielfaches davon.

KONTROLLE **a)** $95\,000\,\mathrm{Pa} = 950\,\mathrm{hPa}$ **b)** $0{,}25\,\mathrm{bar}$ **c)** $10\,000\,\mathrm{hPa}$ (das sind $10\,\mathrm{bar}$)

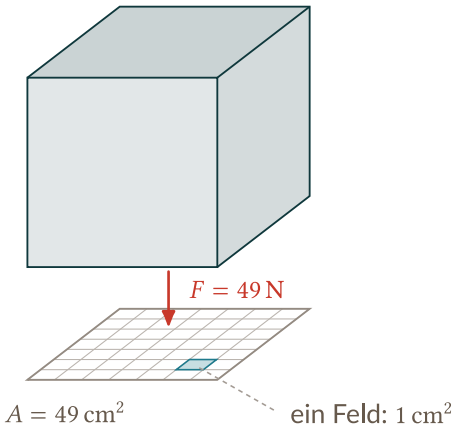
A 1.2 Der Würfel auf dem Raster

Rechenweg S. 104

Ein Würfel drückt mit $49\,\mathrm{N}$ auf eine quadratische Fläche von $49\,\mathrm{cm^2}$.

a) Wie gross ist der Druck, in $\mathrm{N/cm^2}$ und in Pascal?

b) Wie gross ist die Kraft, die auf eine Fläche von $5\,\mathrm{cm^2}$ wirkt, also auf fünf der gezeichneten Felder?



HILFE Für a) brauchst du in $\mathrm{N/cm^2}$ gar nichts umzurechnen, für die Angabe in Pascal aber schon: $1\,\mathrm{cm^2} = 10^{-4}\,\mathrm{m^2}$.

KONTROLLE **a)** $1\,\mathrm{N/cm^2} = 10\,000\,\mathrm{Pa}$, also ein Zehntel des Luftdrucks **b)** $5\,\mathrm{N}$

A 1.3 Auf einem Bein

Rechenweg S. 104

Eine Person mit $m = 75\,\mathrm{kg}$ steht auf einem Bein; die Auflagefläche des Fusses beträgt $150\,\mathrm{cm^2}$. Berechne den Druck unter der Fussfläche in Grundeinheiten. *(Diese Aufgabe stammt aus einer früheren Prüfung.)*

HILFE «In Grundeinheiten» heisst: Rechne die Fläche zuerst in Quadratmeter um. Und vergiss nicht, dass aus der Masse zuerst eine Kraft werden muss.

KONTROLLE $F_G = 735{,}75\,\mathrm{N}$, $A = 0{,}015\,\mathrm{m^2}$, $p = 49\,050\,\mathrm{Pa} \approx 4{,}9 \cdot 10^4\,\mathrm{Pa}$

A 1.4 Der Bleistiftabsatz

Rechenweg S. 104

Welchen Bodendruck erzeugt eine Frau von $60\,\mathrm{kg}$ mit Bleistiftabsätzen, wenn sie auf einem Absatz steht? Nimm für die Standfläche $25\,\mathrm{mm^2}$ an. Vergleiche das Ergebnis anschliessend mit dem Elefanten aus dem Musterbeispiel. *(Diese Aufgabe stammt aus einer früheren Prüfung.)*

HILFE $1\,\mathrm{mm^2} = 10^{-6}\,\mathrm{m^2}$, hier entscheidet sich die Aufgabe.

KONTROLLE $F_G = 588{,}6\,\mathrm{N}$, $p = 2{,}354 \cdot 10^7\,\mathrm{Pa} = 23{,}5\,\mathrm{MPa} = 235\,\mathrm{bar}$, gut vierzigmal so viel wie unter dem Elefantenfuss.

A 1.5 ★ Der dreibeinige Tisch

Rechenweg S. 104

Ein dreibeiniger Tisch mit $m = 18\,\mathrm{kg}$ hat runde Beine von $36\,\mathrm{mm}$ Durchmesser. Wie gross ist der Bodendruck, wenn alle drei Beine gleichmässig belastet sind?

HILFE Die Gewichtskraft verteilt sich auf drei Flächen. Bilde also zuerst die Gesamtfläche aller drei Beine, und denk daran, dass der Durchmesser gegeben ist, nicht der Radius.

KONTROLLE $A_{\text{ges}} = 3{,}054 \cdot 10^{-3}\,\mathrm{m^2}$, $F_G = 176{,}58\,\mathrm{N}$, $p = 5{,}78 \cdot 10^4\,\mathrm{Pa} \approx 0{,}58\,\mathrm{bar}$

A 1.6 ★ Die Kühlschranktüre

Rechenweg S. 104

Eine Kühlschranktüre ist $150\,\mathrm{cm}$ hoch und $60\,\mathrm{cm}$ breit. Kurz nachdem sie geschlossen wurde, herrscht im Innern ein Druck von $990\,\mathrm{hPa}$, aussen einer von $1010\,\mathrm{hPa}$.

a) Wie gross ist die Druckdifferenz in Pascal?

b) Mit welcher Kraft wird die Türe zugedrückt?

c) Erkläre, weshalb sich ein Kühlschrank unmittelbar nach dem Schliessen nur schwer wieder öffnen lässt, nach einer Weile aber leicht.

(Diese Aufgabe stammt aus einer früheren Prüfung.)

HILFE Es zählt nur die Differenz: Von aussen und von innen drückt Luft. Und die Fläche der Türe steht in Zentimetern da, sie gehört zuerst in Quadratmeter.

KONTROLLE **a)** $\Delta p = 2000\,\mathrm{Pa}$ **b)** $A = 0{,}9\,\mathrm{m^2}$, $F = 1800\,\mathrm{N}$ **c)** Die eingeschlossene Luft kühlt ab, der Innendruck sinkt, die Aussenluft drückt die Türe zu. Nach einer Weile ist über die Dichtung genug Luft nachgeströmt, Δp ist null.